

BAB 2

DASAR TEORI

2.1 KAJIAN PUSTAKA

Penelitian yang terkait dengan pengolahan sinyal EEG telah dilakukan oleh beberapa peneliti diantaranya yaitu :

Penelitian Mmeremmikwu pada tahun 2017. Penelitian ini menganalisis Sinyal Electroencephalographic (EEG) adalah rekaman listrik yang dihasilkan oleh otak. EEG merupakan sinyal penting sejauh pemantauan, diagnosis, dan perawatan beberapa kondisi kesehatan yang berhubungan ke otak manusia yang bersangkutan. EEG memiliki kemampuan untuk mendistorsi kegunaan sinyal bioelektrik yang penting ini. Suara-suara tersebut termasuk gangguan saluran listrik, pengembaraan garis dasar, kedipan mata dan gerakan mata (*electro oculogram*, EOG) serta otot yang disebut *electromyogram* (EMG and *electrocardiogram* (ECG). Filter memberikan *rasio signal-to-noise* (SNR) sebesar 2.49dB yang sebanding dengan filter FIR yang dimodelkan dengan jendela *Hamming*, *Kaiser*, *Hann*, *Gaussian*, dan *Bartlett*. Pada penelitian jendela *Hamming*, *Hanning* dan *Gaussian* lah yang terbaik untuk mendapatkan SNR sebesar 2.50dB. [4]

Penelitian Informa J, Indonusa P, Issn pada tahun 2017. Penelitian yang terkait dengan pengolahan sinyal EEG dan EMD telah dilakukan oleh beberapa peneliti. di tahun 2017 melakukan penelitian tentang pola kelainan gelombang otak manusia. Salah satu cara untuk mencari tahu tentang aktivitas otak yaitu menggunakan *Electroencephalograph*. Dari hasil penelitiannya didapatkan grafik gambaran aktivitas listrik pada otak, dimana domain yang dihasilkandapatberada pada domain waktumaupun domain frekuensi. Penelitian terkait implementasi pegolahan sinyal EEG telah dilakukan oleh beberapa peneliti lain. [5]

Penelitian Rifat J, Hilman F, Maya A, pada tahun 2021. Penelitian yang terkait dengan pengolahan pre-processing sinyal EEG dengan pengukuran respon neuromarketing terhadap otak manusia dengan menggunakan analisa sinyal EEG. Pengambilan data dilakukan pada 11 responden dengan stimulus berupa warna produk yang berbeda dan dipengaruhi oleh perubahan intensitas cahaya. Untuk pre-processing digunakan bandpass filter untuk mendapatkan sinyal beta tanpa adanya noise. Selanjutnya data tersebut akan diproses menggunakan fast fourier transfrom

dan energy extraction sebagai ekstraksi ciri dan klasifikasi support vector machine(SVM) dalam proses pengenalan pola sinyal .Hasil pengujian parameter kombinasi fitur terbaik menunjukkan nilai akurasi sebesar 72% dengan kombinasi fitur magnitude dan phasa. Dengan menggunakan rentang parameter fitur didapatkan akurasi sebesar 67% untuk pengenalan pola sinyal responden.[6]

Penelitian Vijayakumari pada tahun 2016. Penelitian ini membuat sistem yang dapat mengklasifikasikan sinyal EEG terhadap rangsangan suara menggunakan ekstraksi power spektral dan Jaringan Syaraf Tiruan Backpropagation dan mengklasifikasikan terhadap 3 kelas yaitu musik klasik,murotal Al-Quran dan musik rock. telah menghasilkan sistem yang dapat mengklasifikasikan sinyal EEG terhadap rangsangan suara. Sistem ini telah diuji dengan menggunakan parameter learning rate 0.01 dan 0.1. Untuk akurasi menggunakan learning rate 0.01 sebesar 54.16% untuk data uji dan 58.33% untuk data latih, sedangkan learning rate 0.1 menghasilkan akurasi sebesar 62.5% untuk data uji dan 75% untuk data latih. [7]

Penelitian yang terkait dengan pengolahan sinyal EEG telah dilakukan oleh beberapa peneliti. Yudiansyah Akbar di tahun 2014 melakukan penelitian tentang pola kelainan gelombang otak manusia. Salah satu cara untuk mencari tahu tentang aktivitas otak yaitu menggunakan *Electroencephalograph*. Hasil penelitiannya mendapatkan grafik gambaran aktivitas listrik pada otak, dimana domain yang dihasilkan dapat berada pada domain waktu maupun domain frekuensi. Peneliti mengambil sinyal EEG yang berada pada domain waktu dalam diskrit sehingga menjadikan sinyal tersebut berupa sampel-sampel.[8]

2.2 DASAR TEORI

2.2.1 Anatomi Otak

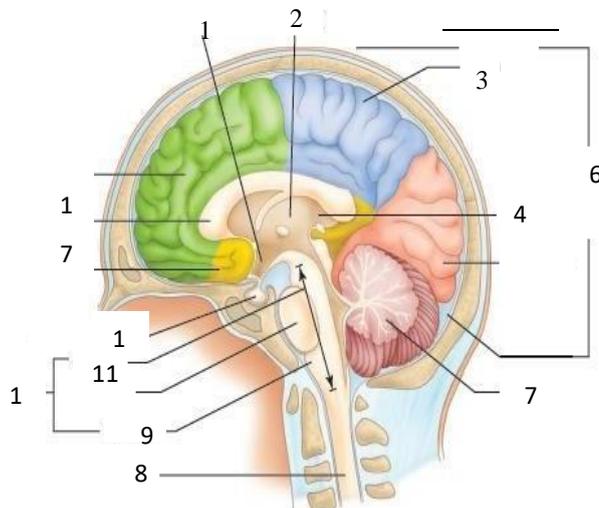
Otak adalah bagian dari Susunan Saraf Pusat (SSP) atau *Central Nervous System* (CNS) yang terletak di dalam rongga kranial. Otak memegang kontrol pusat pada banyak fungsi tubuh. Sebagai bagian dari Susunan Saraf Pusat (SSP), otak memiliki komponen penting yaitu *gray matter* dan *white matter*. *Gray matter* terdiri dari badan sel saraf, *neuropil* (*dendrits* dan *unmyelinated axons*), sel *glial* (*astrocytes* dan *oligodendrocytes*), sinapsis, dan *capillarries*. Sedangkan *white matter* terdiri dari serabut saraf yang dilapisi oleh substansi lemak berwarna putih yang disebut *myelin*(Applegate, 2010). Menurut Rizzo (2015), otak dilindungi oleh tulang

cranium dan membran *meninges*. Membran *meninges* tersebut adalah *dura mater*. Perkembangan otak awalnya menunjukkan tiga gejala pembesaran yaitu otak depan (*hemisphere cerebri, corpus striatum, thalamus, dan hypothalamus*), dan otak belakang (*pons varoli, medulla oblongata, dan cerebellum*) (Sherwood, 2011). Otak terdiri dari empat bagian utama yaitu, *cerebrum* (otak besar), *brainstem* (batang otak), *diencephalon*, dan *cerebellum* (otak kecil) (Seeley dkk., 2017). Otak terletak dalam rongga *cranium*, terdiri atas semua bagian system saraf pusat (SSP) diatas korda spinalis. Secara anatomis terdiri dari *cerebrum cerebellum, brainstem, dan limbic system* (Derrickson & Tortora, 2013). Otak merupakan organ yang sangat mudah beradaptasi meskipun neuron-neuron telah di otak mati tidak mengalami regenerasi, kemampuan adaptif atau plastisitas pada otak dalam situasi tertentu bagian-bagian otak mengambil alih fungsi dari bagianbagian yang rusak. Otak belajar kemampuan baru, dan ini merupakan mekanisme paling penting dalam pemulihan stroke (Feign, 2006). Secara garis besar, sistem saraf dibagi menjadi 2, yaitu sistem saraf pusat dan sistem saraf tepi. Sistem saraf pusat (SSP) terbentuk oleh otak dan *medulla spinalis*. Sistem saraf disisi luar SSP disebut sistem saraf tepi (SST).

Fungsi dari SST adalah menghantarkan informasi bolak balik antara SSP dengan bagian tubuh lainnya (Noback dkk, 2005). 7 Otak merupakan bagian utama dari sistem saraf, dengan komponen bagiannya adalah: 1) *Cerebrum* Bagian otak yang terbesar yang terdiri dari sepasang hemisfer kanan dan kiri dan tersusun dari korteks. Korteks ditandai dengan sulkus (celah) dan girus (Ganong, 2003).

Cerebrum dibagi menjadi beberapa lobus, yaitu: a) *Lobus Frontalis* Lobus frontalis berperan sebagai pusat fungsi intelektual yang lebih tinggi, seperti kemampuan berpikir abstrak dan nalar, bicara (*area broca* di hemisfer kiri), pusat penghidu, dan emosi. Bagian ini mengandung pusat pengontrolan gerakan volunter di *gyrus presentralis* (*area motorik primer*) dan terdapat *area asosiasi motorik* (*area premotor*). Pada lobus ini terdapat daerah *broca* yang mengatur ekspresi bicara, lobus ini juga mengatur gerakan sadar, perilaku sosial, berbicara, motivasi dan inisiatif (Purves dkk, 2004). b) *Lobus Temporalis* Mencakup bagian korteks serebrum yang berjalan ke bawah dari fisura laterali dan sebelah posterior dari fisura *parieto-oksipitalis* (White, 2008). Lobus ini berfungsi untuk mengatur daya ingat verbal, visual, pendengaran dan berperan dlm pembentukan dan perkembangan emosi.

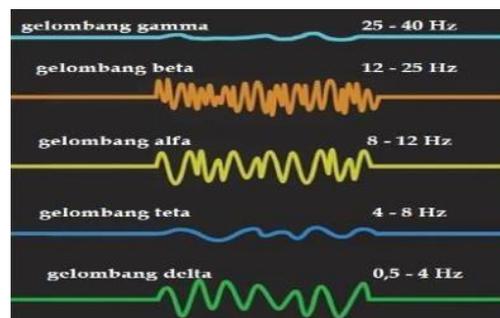
c) Lobus parietalis Lobus parietalis merupakan daerah pusat kesadaran sensorik di gyrus postsentralis (area sensorik primer) untuk rasa raba dan pendengaran (White, 2008). d) Lobus oksipitalis Lobus Oksipitalis berfungsi untuk pusat penglihatan dan area asosiasi penglihatan: menginterpretasi dan memproses rangsang penglihatan dari nervus optikus dan mengasosiasikan rangsang ini dengan informasi saraf lain & memori (White, 2008). 8 e) Lobus Limbik Lobus limbik berfungsi untuk mengatur emosi manusia, memori emosi dan bersama hipotalamus menimbulkan perubahan melalui pengendalian atas susunan endokrin dan susunan otonom (White, 2008). 2) Cerebellum Cerebellum adalah struktur kompleks yang mengandung lebih banyak neuron dibandingkan otak secara keseluruhan. Memiliki peran koordinasi yang penting dalam fungsi motorik yang didasarkan pada informasi somatosensori yang diterima, inputnya 40 kali lebih banyak dibandingkan output. Cerebellum merupakan pusat koordinasi untuk keseimbangan dan tonus otot. Mengendalikan kontraksi otot-otot volunter secara optimal (Purves, 2004). 3) Brainstem Berfungsi mengatur seluruh proses kehidupan yang mendasar. Berhubungan dengan diensefalon di atasnya dan medulla spinalis di bawahnya. Struktur-struktur fungsional batang otak yang penting adalah jaras asenden dan desenden traktus longitudinalis antara medulla spinalis dan bagian-bagian otak, anyaman sel saraf dan 12 pasang saraf cranial.



Gambar 2.1 Anatomi Otak [9]

2.2.2 Gelombang Otak

Secara anatomis, otak terbagi menjadi 3 bagian utama yaitu: otak besar (cerebrum), otak kecil (cerebellum), dan batang otak (brainstem). Otak menangkap semua rangsangan untuk dipahami (dipersepsi) melalui kerja sel saraf. Jaringan otak manusia hidup menghasilkan gelombang listrik yang berfluktuasi yang disebut brainwave atau gelombang otak. Otak adalah organ tubuh bersifat elektrokimia yang dispekulasi dapat menghasilkan energi listrik sebesar 10 watt. Sejumlah peneliti terdahulu pernah mengkalkulasi jika seluruh 10 milyar sel syaraf manusia bisa disambung menjadi satu, maka elektroda pengukur akan mencatat angka seperlimajuta hingga seperlima puluh juta volt. Gelombang otak diukur dengan alat yang dinamakan Encephalogram (EEG) yang ditemukan pada tahun 1929 oleh psikiater Jerman, Hans Berger. Beberapa jenis gelombang otak :



Gambar 2.2 Jenis Gelombang [9]

1) Gelombang gamma (γ) adalah gelombang otak yang mempunyai frekuensi 25 –40 Hz dan amplitudo 0,5 –2 mikrovolt. Gelombang ini dipancarkan ketika seseorang melakukan aktivitas mental yang sangat tinggi dan berada dalam kesadaran penuh, misalnya ketika sedang berada dalam keadaan takut, histeris, dan panik berlebihan. Gelombang otak gamma ini berbahaya bagi otak.

2) Gelombang beta (β) adalah gelombang otak yang mempunyai frekuensi 12 –25 Hz dan amplitudo 1 –5 mikrovolt. Gelombang ini dipancarkan ketika seseorang melakukan aktivitas mental yang terjaga penuh, misalnya ketika sedang membaca, berdiskusi, berpikir, konsentrasi, memecahkan masalah. Ketika otak seseorang memancarkan gelombang beta, maka bagian otak yang bekerja secara dominan adalah otak kiri. Pada keadaan ini, otak memproduksi hormon kortisol dan norepinefrin yang berperan pada timbulnya rasa cemas, khawatir, stress, dan marah.

3) Gelombang alfa (α) adalah gelombang otak yang mempunyai frekuensi 8 –12 Hz dan amplitudo 20 –80 mikrovolt. Gelombang ini dipancarkan ketika seseorang berada dalam keadaan rileks, mengantuk, melamun, atau berimajinasi. Pada gelombang alfa, otak manusia memproduksi hormon serotonin dan endorfin yang menyebabkan seseorang merasa tenang, nyaman, dan bahagia. Gelombang alfa juga dapat meningkatkan kekebalan tubuh, menyebabkan pembuluh darah terbuka lebar, membuat detak otak stabil, dan meningkatkan kemampuan indera. Otak anak balita cenderung dominan memancarkan gelombang alfa, sehingga anak balita lebih mudah dan cepat menyerap semua informasi yang diperoleh dari luar. Dalam konteks hipnosis, ketika otak memancarkan gelombang alfa, maka filter menuju ke area pikiran bawah sadar seseorang mulai terbuka, sehingga mulai mudah menerima sugesti.

4) Gelombang teta (θ) adalah gelombang otak yang mempunyai frekuensi 4 –8 Hz dan amplitudo 5 –10 mikrovolt. Gelombang ini dipancarkan ketika seseorang berada dalam keadaan trance, tidur hipnosis, meditasi dalam, dan khusyu. Ketika otak seseorang memancarkan gelombang teta, maka orang tersebut memasuki area pikiran bawah sadarnya, sehingga sugesti yang diberikan orang lain akan mudah diterima. Dalam kondisi ini, otak manusia memproduksi hormon melatonin, catecholamine, dan arginine vasopressin (AVP) yang menyebabkan pikiran menjadi lebih khusyu, rileks, tenang, hening, dan berpotensi memunculkan intuisi.

5) Gelombang delta (δ) adalah gelombang otak yang mempunyai frekuensi 0,5 –4 Hz dan amplitudo 100 –200 mikrovolt. Gelombang ini dipancarkan ketika seseorang berada dalam keadaan tidur lelap tanpa mimpi. Pada keadaan ini tubuh dan pikiran manusia sedang berada dalam keadaan istirahat. Tubuh melakukan proses pemulihan dan perbaikan terhadap jaringan yang mengalami kerusakan dan memproduksi sel-sel baru. Ketika otak memancarkan gelombang delta, otak memproduksi hormon pertumbuhan. HGH (human growth hormone) yang membuat seseorang lebih awet muda. (Sunardi & Sujito, 2019) sesuai dengan pernyataan (Lusiawati, 2017) yaitu Dalam proses pembelajaran maka harus terus menerus menambahkan pengalaman dan pengetahuan baru, mengelola emosi dengan kecerdasan emosionalnya sampai didapatkan kualitas sumber daya manusia yang dibutuhkan oleh organisasi.

2.2.3 AWGN

Additive White Gaussian Noise (AWGN) adalah noise yang ditambahkan pada kanal yang mengikuti distribusi gaussian/ normal yang terjadi di seluruh frekuensi dengan rapat spektral daya yang konstan. Pada sistem komunikasi noise AWGN mempunyai karakteristik yaitu Spektrum daya noise dianggap memiliki harga yang sama di setiap frekuensi. Selain itu pola kemunculan noise dianggap terdistribusi Gaussian dengan nilai rata-rata nol dan varian tergantung rapat daya yang diperkirakan noise tersebut. Menurut [6-7] spektral daya sinyal AWGN disimbolkan pada Persamaan 1.

$$S_n(f) = \frac{N_0}{2} \quad (2.1)$$

Probabilitas gaussian pada AWGN dapat dilihat pada persamaan 2 [6-7].

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right) \quad \text{dimana } \sigma^2 = \frac{N_0}{2} \quad (2.2)$$

2.2.4 Transformasi Wavelet Diskrit

Penelitian pertama tentang teori wavelet adalah hasil penelitian oleh ahli geofisika dan merupakan seorang insinyur Prancis yaitu Jean Morlet, yang mana penelitiannya berfokus pada berbagai lapisan bumi, dan refleksi gelombang akustik dari permukaan. Tanpa banyak keberhasilan, Morlet berusaha menyelesaikan masalah dengan menggunakan teknik lokalisasi yang diajukan oleh Gabor pada tahun 1946. Ini memaksanya untuk membuat wavelet. Pada tahun 1986, ahli matematika Yves Meyer menafsirkan wavelet yang dapat dibedakan secara terus-menerus yang satu-satunya kelemahan adalah tidak memiliki dukungan yang kompak. Pada saat yang sama, Stephane Mallat, yang berurusan dengan pemrosesan sinyal dan yang memperkenalkan fungsi bantu yang dengan cara tertentu menghasilkan sistem fungsi wavelet, mendefinisikan istilah analisis multiresolusi. Akhirnya, tahap pertama dalam pengembangan teori wavelet disimpulkan dengan hasil spektakuler oleh Ingrid Daubechies pada tahun 1988 [19].

Pengembangan Transformasi Wavelet mengatasi salah satu kelemahan utama transformasi Fourier. Deret Fourier menunjukkan sinyal melalui jumlah sinus dari frekuensi yang berbeda. Transformasi Fourier mentransfer sinyal dari waktu ke domain frekuensi dan ini memberitahukan komponen frekuensi mana dari sinyal tersebut, yaitu bagaimana resolusi frekuensi dibuat. Sayangnya, ia tidak memberi tahu dalam periode waktu apa komponen frekuensi tertentu muncul dalam sinyal, yaitu resolusi waktu hilang. Singkatnya, transformasi Fourier memberikan frekuensi, tetapi benar-benar kehilangan resolusi waktu. Kerugian ini tidak mempengaruhi sinyal diam yang karakteristik frekuensinya tidak berubah terhadap waktu. Namun, dunia di sekitar kita terutama mengandung sinyal non- stasioner, yang analisis Fourier-nya tidak dapat diterapkan. Upaya telah dilakukan untuk mengatasi hal ini, dimana sinyal diamati dalam segmen yaitu interval waktu yang cukup singkat untuk mengamati sinyal non stasioner sebagai stasioner.

Gagasan ini mengarah pada pengembangan Transformasi Fourier Waktu Singkat, di mana sinyal sebelum transformasi, terbatas pada interval waktu, dan dikalikan dengan fungsi jendela dengan durasi terbatas. Sinyal terbatas ini kemudian ditransformasikan menjadi area frekuensi. Kemudian, fungsi jendela ditranslasikan pada sumbu waktu untuk jumlah tertentu dan kemudian transformasi Fourier diterapkan. Proses ini diulangi hingga fungsi jendela menurunkan seluruh sinyal. Ini akan menghasilkan ilustrasi sinyal dalam bidang frekuensi waktu. Ini memberikan informasi tentang komponen frekuensi dari mana sinyal tersusun dan interval waktu di mana komponen ini muncul. Namun, ilustrasi ini memiliki kelemahan tertentu yang penyebabnya ada dalam prinsip ketidakpastian Heisenberg yang dalam hal ini dapat dinyatakan sebagai “Kita tidak bisa tahu persis komponen frekuensi mana yang ada pada waktu tertentu. Yang paling bisa kita ketahui adalah rentang frekuensi yang direpresentasikan dalam interval waktu tertentu, yang dikenal sebagai masalah resolusi” [19].

Secara umum, resolusi terkait dengan lebar fungsi jendela. Jendela tidak melokalisasi sinyal dalam waktu, jadi tidak ada informasi tentang waktu di daerah frekuensi, yaitu, tidak ada resolusi waktu. Dengan Transformasi Fourier Waktu Singkat, jendela memiliki durasi yang pasti, yang melokalisasi sinyal dalam waktu, sehingga dimungkinkan untuk mengetahui komponen frekuensi mana yang ada dimana interval waktu dalam bidang frekuensi.

Penskalaan dan translasi dari mother wavelet $f(x)$ mendefinisikan dasar wavelet, secara matematis didefinisikan sebagai berikut :

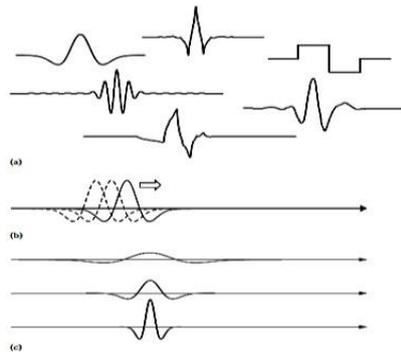
$$f_{a,b}(x) = \frac{1}{\sqrt{a}} f\left(\frac{x-b}{a}\right), \quad a > 0 \quad (2.3)$$

Dimana,

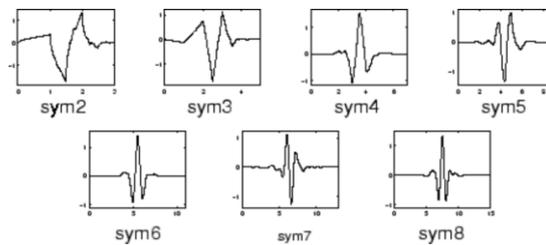
$$a = 2^j, \quad j = 0, 1, 2, \dots, \log_2(N)$$

$$b = k2^i, \quad k \text{ adalah integer}$$

Analisis transformasi Wavelet menggunakan fungsi yang mirip gelombang kecil yang dikenal sebagai Wavelet. Wavelet digunakan untuk mengubah sinyal menjadi representasi lain yang menyajikan informasi sinyal dalam bentuk yang lebih berguna. Transformasi sinyal ini dikenal sebagai transformasi Wavelet. Secara matematis, transformasi Wavelet dapat diinterpretasikan sebagai konvolusi sinyal dengan fungsi Wavelet. Wavelet dapat dimanipulasi dengan dua cara, Wavelet dapat dipindahkan ke berbagai lokasi pada sinyal (Gambar 2.4a) dan dapat dipampatkan ataupun diperlebar (Gambar 2.4b) [20].



Gambar 2.3 (a) Beberapa Wavelet , (b) Lokasi dan (c) Skala [20]



Gambar 2.4 Mother Wavelet Symlets

Pada praktiknya, transformasi wavelet diimplementasikan dengan *bank filter* rekonstruksi sempurna menggunakan keluarga wavelet ortogonal. Konsepnya adalah dengan menguraikan sinyal menjadi sub-sinyal yang sesuai dengan konten frekuensi yang berbeda. Pada langkah dekomposisi, suatu sinyal didekomposisi menjadi seperangkat fungsi wavelet ortonormal yang membentuk basis wavelet. Wavelet yang paling umum, yang mana menyediakan properti ortogonalitas adalah daubechies, symlets, coiflets dan meyer diskrit yang menyediakan rekonstruksi menggunakan algoritma cepat. Penggunaan transformasi wavelet sebagai filter bank disebut dengan TWD. Hasil TWD adalah dekomposisi bertingkat, di mana sinyal didekomposisi dan menghasilkan koefisien aproksimasi dan detail di setiap tingkat. Ini dilakukan melalui proses yang setara dengan pemfilteran *Low Pass Filter* (LPF) dan *High Pass Filter* (HPF) pada masing-masing bagian. Jika suatu sinyal, $x(t)$, didekomposisi menjadi komponen frekuensi rendah dan tinggi, yang masing-masing dinamakan sebagai koefisien aproksimasi dan detail, secara matematis $x(t)$ dapat direkonstruksisebagai berikut [19]:

$$x(t) = \sum_{m=1}^L \left[\sum_{k=-\infty}^{\infty} D_m(k) \mathcal{f}_{m,k}(t) + \sum_{k=-\infty}^{\infty} A_l(k) \phi_{l,k}(t) \right] \quad (2.4)$$

Dimana,

$\mathcal{f}_{m,k}(t)$ = Analisis wavelet diskrit

$\phi_{l,k}(t)$ = Penskalaan diskrit

$D_m(k)$ = Detail sinyal pada skala 2^m

$A_l(k)$ = Aproksimasi sinyal pada skala 2^l

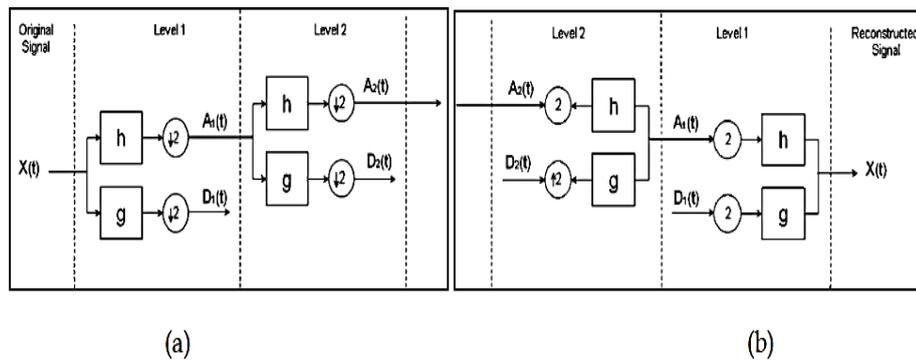
$D(k)$ adalah koefisien detail dari hasil high pass filter dan $A_l(k)$ adalah koefisien aproksimasi dari hasil low pass filter, secara matematis koefisien detail dan aproksimasi, yaitu [19]:

$$\begin{aligned} h(n) &= 2^{-1/2} \langle \phi(t), \phi(2t - n) \rangle \\ g(n) &= 2^{-1/2} \langle \mathcal{f}(t), \phi(2t - n) \rangle \end{aligned} \quad (2.5)$$

Dimana,

$\mathcal{f}(t)$ = Analisis wavelet diskrit

$\phi(2t - n)$ = Penskalaan diskrit



Gambar 2.1 a) Tahap analisis, b) Tahap sintesis [19]

Dimana $h(n)$ adalah LPF dan $g(n)$ adalah HPF, yang mana didapatkan dengan *downsampling* dengan faktor 2, pada proses ini disebut analisis. Proses rekonstruksi dengan melakukan *upsampling* dengan faktor 2, proses bisa disebut sebagai sintesis.

2.1.1 Denoising Transformasi Wavelet Diskrit

Cara sederhana untuk menghilangkan *noise* atau merekonstruksi sinyal asli dari sinyal yang terkontaminasi, dalam kasus sinyal satu dimensi atau dua dimensi, menggunakan koefisien wavelet yang mana merupakan hasil dekomposisi dalam transformasi wavelet adalah untuk menghilangkan koefisien kecil yang terkait dengan *noise*. Setelah memperbaiki koefisien dengan menghapus koefisien kecil dengan asumsi adalah *noise*, sinyal asli dapat diperoleh dengan algoritma rekonstruksi menggunakan koefisien *noise* bebas. Biasanya dianggap bahwa *noise* memiliki koefisien frekuensi tinggi, penghilangan koefisien kecil umumnya diterapkan pada koefisien detail setelah dekomposisi. Konsep utama *denoising* wavelet adalah untuk mendapatkan komponen ideal sinyal dari sinyal *noise* yang memerlukan estimasi tingkat *noise*. Perkiraan tingkat *noise* digunakan untuk koefisien *threshold* yang kecil, yang mana diasumsikan sebagai *noise*. Prosedur *denoising* sinyal berdasarkan TWD terdiri dari tiga langkah yaitu dekomposisi sinyal, *thresholding*, dan rekonstruksi sinyal. Beberapa metode menggunakan ide yang diajukan dan mengimplementasikannya dengan cara yang berbeda. Ketika mencoba untuk mengurangi pengaruh koefisien wavelet *noise*, dimungkinkan untuk melakukan ini dengan cara tertentu, juga kebutuhan informasi dari sinyal yang mendasarinya mengarah pada perlakuan statistik yang berbeda dari informasi yang tersedia. Pada metode linier, setiap koefisien wavelet dipengaruhi oleh *Shrinkage* linier yang terkait dengan tingkat resolusi koefisien. Dapat dikatakan bahwa

thresholding linear hanya sesuai untuk sinyal homogen dengan tingkat keteraturan yang penting. Metode *threshold* atau *Shrinkage* wavelet biasanya lebih sesuai. Sejak karya Donoho dan Johnstone (Donoho dan Johnstone 1994), ada banyak penelitian tentang cara mendefinisikan tingkat *threshold*. Donoho dan Johnstone mengusulkan strategi nonlinear untuk *thresholding*. Dalam pendekatan mereka, *thresholding* dapat diterapkan dengan menerapkan metode *thresholding hard* atau *soft*, yang juga disebut *Shrinkage* [19].

2.2.5.1 Perkiraan dan Pemodelan Statistik Wavelet *Shrinkage*

Berdasarkan pertimbangan pengaturan regresi nonparametrik univariat standar dapat dituliskan secara matematis sebagai berikut [10]:

$$X_i(t) = S_i(t) + \sigma s_i(t), i = 1, 2, \dots, n \quad (2.6)$$

Dimana,

$X_i(t)$ = Distribusi normal rata-rata nol

$S_i(t)$ = Data sinyal

$s_i(t)$ = Independen standar normal $N(0, 1)$ variabel acak

σ = Level *noise*

Ada tiga langkah utama untuk *denoising* menggunakan teknik *Shrinkage* wavelet koefisien, yaitu [10]:

- 1) Menghitung koefisien matrik wavelet w dengan menerapkan transformasi wavelet W ke data, secara matematis dapat dituliskan sebagai berikut :

$$w = W(X) = W(S) + W(\sigma s) \quad (2.7)$$

Dimana,

$W(S)$ = Koefisien wavelet dari data

$W(\sigma s)$ = Koefisien wavelet dari data *noise*

- 2) Memodifikasi koefisien detail (koefisien wavelet) w untuk memperoleh estimasi \hat{w} koefisien wavelet S , secara matematis dapat dituliskan sebagai berikut :

$$w \rightarrow \hat{w} \quad (2.8)$$

Dimana,

w = Koefisien detail wavelet

\hat{w} = Estimasi koefisien wavelet S

- 3) Melakukan transformasi invers koefisien detail yang termodifikasi untuk memperoleh koefisien *denoising*, secara matematis dapat dituliskan sebagai

berikut :

$$\hat{S} = W^{-1}(\hat{w}) \quad (2.9)$$

Dimana,

W^{-1} = Invers transformasi wavelet

(\hat{w}) = Estimasi koefisien wavelet S

w terdiri koefisien *scaling* dan koefisien wavelet, pada desimasi transformasi wavelet pada w adalah sama dengan jumlah titik data. Langkah pertama dalam proses *denoising* adalah untuk memilih wavelet untuk diteruskan W dan diinverskan W^{-1} sebagaimana persamaan 2.5 dan 2.7, secara masing-masing.

2.2.5.2 Estimasi Level Noise

Salah satu hal penting dalam metode *thresholding* adalah menemukan nilai yang sesuai untuk *threshold*. Sebenarnya, banyak pendekatan telah diusulkan untuk menghitung nilai ambang. Namun, semua pendekatan membutuhkan estimasi tingkat kebisingan. Namun standar deviasi dari nilai data dapat digunakan sebagai estimator, Donoho mengusulkan estimator yang baik σ untuk *denoising* wavelet yang diberikan sebagai berikut :

$$\hat{\sigma} = \frac{\text{median}\{|w_k|; k = 1, 2, \dots, n/2\}}{0.6745} \quad (2.10)$$

Dimana,

w_k = Koefisien detail pada level yang paling baik

$\hat{\sigma}$ = Estimasi level *noise*

Jika dimulai dengan sampel data n , setelah level pertama dari *filtering*, akan didapatkan koefisien detail sebesar $n/2$. Estimator pada persamaan 2.9 telah menjadi sangat terkenal dalam praktiknya dan itu telah digunakan dalam bagian selanjutnya dinyatakan sebaliknya. Mengingat bahwa pada bagian ini menjelaskan detail pada *Shrinkage* terkadang disebut sebagai langkah *thresholding* sebagaimana persamaan 2.7. Biarkan w dinotasikan sebagai koefisien detail tunggal dan \hat{w} dinotasikan sebagai versi Shrink. Biarkan λ dinotasikan sebagai *threshold* dan $D(\cdot)$ dinotasikan sebagai fungsi *Shrinkage* yang mana menentukan bagaimana *threshold* diterapkan pada data dan $\hat{\sigma}$ akan menjadi estimasi dari standar deviasi σ dari *noise* sebagaimana persamaan 2.5. Maka akan didapatkan persamaan matematis sebagai berikut :

$$\hat{w} = \hat{\sigma} D \left(\frac{w}{\hat{\sigma}} \right) \quad (2.11)$$

Dimana,

$\hat{\sigma}$ = Estimasi level *noise*

D = Fungsi *Shrinkage*

w = Koefisien detail tunggal

Dengan membagi w dengan $\hat{\sigma}$ maka menstandarisasi koefisien w untuk mendapatkan w_s dan untuk menstandarisasi w_s ini, maka diterapkan operator *threshold*. Setelah *thresholding*, koefisien yang dihasilkan dikalikan dengan $\hat{\sigma}$ untuk memperoleh \hat{w} Jika $\hat{\sigma}$ dibangun kedalam model *thresholding* atau jika data dinormalisasikan dengan mematuhi aturan dari standar deviasi *noise*, persamaan estimasi w dapat dituliskan sebagai berikut :

$$\hat{w} = D(w) \quad (2.12)$$

Dimana,

D = Fungsi *Shrinkage*

w = Koefisien detail tunggal

2.2.5.3 Aturan *Shrinkage*

Aturan *Shrinkage* menentukan bagaimana *threshold* dihitung, yang mana *threshold* dinotasikan dengan λ . Untuk kemudahan, kemungkinannya tergantung pada λ level multiresolusi atau subband yang ditekan dalam notasi. Aturan tertentu menghitung tergantung dari fungsi *Shrinkage* ketika yang lain memperoleh *threshold* yang berbeda untuk fungsi *threshold* yang berbeda. Pada penambahan aturan tertentu mengasumsikan sebuah satuan skala *noise*, $\sigma = 1$, sedangkan yang lainnya tidak. Berikut merupakan beberapa aturan *Shrinkage* yaitu [10]:

1. Universal

Aturan universal ditunjukkan oleh Donoho dan Johnstone sebagai aturan global untuk sinyal satu dimensi. Bagaimanapun juga fungsi *Shrinkage*, untuk sinyal dengan ukuran n , dengan *noise* dari standar distribusi normal $N(0, 1)$, secara matematis dapat dituliskan sebagai berikut :

$$\lambda^U = \hat{\sigma} \sqrt{2 \log n} \quad (2.13)$$

Dimana,

λ = Nilai *threshold*

U

$\hat{\sigma}$ = Estimasi level *noise*

n = Panjang sinyal

Jika data tidak dinormalisasikan dengan aturan yang sesuai untuk standar deviasi *noise*, yang mana dapat diasumsikan sebagai $\hat{\sigma}$ berdasarkan pada persamaan 2.8 dan menggunakan $\hat{\lambda} = \hat{\sigma} / 2 \sqrt{\log}$ sebagai *threshold*.

2. Minimizing The False Discovery Rate

Aturan Minimizing dikenalkan oleh B. Vidakovic untuk data satu dimensi, aturan *Minimizing The False Discovery Rate* menentukan *threshold* global yang sama untuk semua fungsi *Shrinkage* dengan menjaga nilai yang diharapkan dari pecahannya dari koefisien yang keliru termasuk dalam rekonstruksi seperti persamaan di bawah, yang mana diberikan pecahan q . diberikan N sebagai koefisien wavelet $\{w_k, k = 1, 2, \dots, N\}$, pertama adalah menghitung nilai p yaitu :

$$p_k = 2[1 - \Phi(|w_k|/\hat{\sigma})] \quad (2.14)$$

Dimana,

Φ = Fungsi distribusi kumulatif dari standar distribusi normal

$\hat{\sigma}$ = Estimasi standar deviasi *noise*

w_k = Koefisien detail

Untuk urutan nilai p_k dapat dinotasikan sebagai berikut :

$$p(1) \leq p(2) \leq \dots \leq p(N) \quad (2.15)$$

Untuk k dimulai dengan $k = 1$, untuk m harus indeks paling besar seperti persamaan di bawah ini :

$$p_{(m)} \leq \frac{m}{N} q \quad (2.16)$$

diperoleh untuk *threshold*-nya yaitu :

$$\lambda = \hat{\sigma}^{-1} \left(1 - \frac{p_{(m)}}{2}\right) \quad (2.17)$$

Maka *threshold* dapat diterapkan berdasarkan persamaan 2.11, sehingga persaannya akan menjadi seperti berikut :

$$\lambda^{\min FDR} = \hat{\sigma}^{-1} \left(1 - \frac{p_{(m)}}{2}\right) \quad (2.18)$$

3. Top

Aturan *Top* untuk sinyal satu dimensi adalah metode global, yang mana beridiri sendiri (independen) dari fungsi *Shrinkage*. Diberikan p sebagai fungsi dari koefisien yang paling besar untuk menjaga, *threshold* λ adalah kumpulan untuk menjadi $(1-p)$ kuantil dari distribusi empiris dari nilai absolut dari koefisien wavelet. Itu dapat diterapkan untuk koefisien menggunakan persamaan 2.11.

4. Stein's Unbiased Risk Estimate

Untuk data satu dimensi, *threshold* diturunkan dengan minimizing Stein's Unbiased Risk Estimate (SURE) tergantung pada fungsi *Shrinkage* dan pada level multiresolusi. Generalisasi untuk gambar bisa tercapai antara level atau tergantung pada subband. Pada kasus yang lain, *threshold* pada subband s dapat dituliskan sebagai berikut :

$$\lambda_s = \arg \min_{\lambda \geq 0} [SURE(\lambda, w_s)] \quad (2.19)$$

Dimana,

$$\lambda = \textit{threshold}$$

$$w_s = \text{Koefisien detail dari subband } s$$

Berikut merupakan contoh penerapan subband s dengan menggunakan fungsi *Shrinkage Soft*, yaitu :

$$\lambda_s^S = \arg \min_{\lambda \geq 0} [SURE^S(\lambda, w_s)] \quad (2.20)$$

Dimana,

$$\lambda = \textit{threshold}$$

$$w_s = \text{Koefisien detail dari subband } s$$

Pada persamaan 2.19 dapat dituliskan kembali secara matematis sebagai berikut :

$$SURE^S(\lambda, w_s) = N_s + \sum_{k=1}^{N_s} [\min(|w_k|, \lambda)]^2 - 2[(\# \text{of } w_k): |w_k| \leq \lambda] \quad (2.21)$$

2.2.5.4 Fungsi *Shrinkage*

Metode *denoising* tergantung pada pemilihan $D(\cdot)$, λ , dan $\hat{\sigma}$ yang mana dapat diperoleh dengan berdasarkan pada perbedaan fungsi *Shrinkage* yang menentukan bagaimana *threshold* diterapkan, estimasi *noise*, dan aturan *Shrinkage* untuk menentukan *threshold* λ . Sejak itu beberapa aturan *Shrinkage* bergantung pada fungsi *Shrinkage* dan estimasi *noise*, yang mana pertama membutuhkan pemilihan $D(\cdot)$ dan $\hat{\sigma}$ sebelum menentukan λ . Untuk data satu dimensi, bisa dihitung *threshold* salah satu secara global, dengan satu *threshold* untuk semua koefisien atau pada level bergantung pada basis, dengan K perbedaan *threshold*, untuk K perbedaan level *dyadic*. Fungsi *Shrinkage* menentukan bagaimana *threshold* diterapkan pada data, pada gambar 2.10 dan 2.11 menampilkan 3 fungsi *thresholding* yang secara umum sering digunakan, diskalakan untuk interval $[-1 \ 1]$. Sumbu horizontal menampilkan koefisien detail dan sumbu y menampilkan hubungan fungsi *thresholding*. Garis putus-putus vertical mengindikasikan nilai dari *threshold* tunggal $\pm\lambda$ untuk fungsi *hard*, *soft*, dan *adaptive* [10].

Berikut ini merupakan persamaan matematis dari fungsi *thresholding hard*, *soft*, dan *adaptive* yaitu :

1. *Hard Threshold*

$$D_G(w) = \begin{cases} w, & |w| < \lambda \\ 0, & \text{yang lain} \end{cases} \quad (2.21)$$

Dimana,

$D_G(w)$ = Fungsi *hard threshold Shrinkage*

λ = Nilai *threshold*

w = Koefisien Detail

2. *Soft Threshold*

$$D_H(w) = \text{sgn}(w)\max(0; |w| - \lambda) \quad (2.21)$$

Dimana,

$D_S(w)$ = Fungsi *soft threshold Shrinkage*

λ = Nilai *threshold*

w = Koefisien Detail

3. *Adaptive Threshold*

$$D_A(w) = \begin{cases} (w - \lambda)^{-} & |w| > \lambda \\ 0, & \text{yang lain} \end{cases} \quad (2.22)$$

Dimana,

$D_A(w)$ = Fungsi *adaptive threshold Shrinkage*
 λ = Nilai threshold
 w = Koefisien Detail

2.6 Filter Hilbert Diskrit

Perkembangan teknologi yang semakin maju dalam pemrosesan sinyal modern akan menjadi tidak mungkin tanpa adanya penerapan secara langsung pada pengolahan sinyal digital. Pada pemrosesan sinyal digital, Transformasi Hilbert dari sinyal analog seharusnya bisa dimasukkan kedalam Transformasi Hilbert Diskrit. Berbagai jenis perhitungan algoritma dari Transformasi Hilbert Diskrit telah banyak diketahui dan biasanya diterapkan dalam bentuk konvolusi dan terspesialisasi pada filter digital, hal ini dapat disebut sebagai Filter Hilbert Digital atau Transformator. Respon impuls dari sistem waktu invarian analog bisa dilihat pada Gambar 2.11 dan itu adalah fungsi transfer yang dapat diberikan dengan menggunakan pasangan Transformasi Fourier, yaitu [21] :

$$h(t) \stackrel{F}{\Leftrightarrow} H(j\omega) \quad (2.23)$$

Dimana.

$h(t)$ = Respon impuls
 $H(j\omega)$ = Fungsi transfer transformasi fourier

Fungsi transfer dimana masukannya berupa sinyal delta $\delta(t)$ dan respon impulsnya berupa $h(t)$. Respon impuls dari sistem DLTi dinotasikan $h(i)$ yang didefinisikan sebagai respons untuk $\delta_k(i)$ sampel. Secara analog respon impuls $h(i)$ dan fungsi transfer $H(z)$ dari sistem dalam bentuk pasangan Transformasi Z, dapat dituliskan sebagai berikut [21] :

$$h(i) \stackrel{Z}{\Leftrightarrow} H(z) \quad (2.24)$$

Dimana.

$h(i)$ = Respon impuls
 $H(z)$ = Fungsi transfer dari Transformasi Z

Masukan nilai $z = e^{jT}$ dimana T adalah frekuensi normalisasi yang didefinisikan sebagai :

$$h(i) \stackrel{DFI}{\Leftrightarrow} H(k) \quad (2.25)$$

Dimana.

$h(i)$ = Respon impuls

$H(z)$ = Fungsi transfer dari Transformasi Fourier Diskrit

Transformasi Hilbert dari sinyal delta adalah $[(\delta t)] = 1/(\pi t)$. Ini adalah impuls respons dari nonkausal, secara fisik Filter Hilbert tidak bisa direalisasikan dari sebuah fungsi transfer yang dipasangkan dengan Transformasi Fourier, yaitu [21] :

$$h(t) = \frac{1}{\pi t} \Leftrightarrow (j\omega) = -j \operatorname{sgn}(\omega) \quad (2.26)$$

Dimana.

$h(t)$ = respon impuls

T = waktu

ω = $2\pi f$

J = bilangan imajiner

Ekuivalen diskrit dari fungsi transfer Filter Hilbert Diskrit ideal ini adalah dengan persamaan N adalah genap, yaitu [21] :

$$H(k) = \begin{cases} \mathbf{I} & \text{untuk } k = 1, 2, \dots, \frac{N}{2} - 1 \\ 0, & \text{untuk } k = 0 \text{ dan } \frac{N}{2} \\ \mathbf{I} & \text{j, untuk } k = \frac{N}{2} + 1, \frac{N}{2} + 2, \dots, N - 1 \end{cases} \quad (2.27)$$

Fungsi transfer dapat dituliskan ke dalam bentuk pendekatan matematis sebagai berikut [21] :

$$H(k) = -j \operatorname{sgn} \left(\frac{N}{2} - k \right) \operatorname{sgn}(k); 0 \leq k \leq N - 1 \quad (2.28)$$

Dimana,

N = Panjang filter Hilbert

Perlu diingat diskrit k dalam rentang $0 < k < N/2$ disebut positif dan rentang $N/2 < k < N$ disebut negative. Hubungan periode selanjutnya untuk rotasi selanjutnya dari *phasor* $ex(jT) = \exp(2\pi k/N)$ disekeliling lingkaran satuan. FHD dapat dianggap sebagai performasi pengolah sinyal operasinya, yang mana disebut sebagai Transformasi Hilbert Diskrit [21].

Hubungang antara masukan dan keluaran untuk waktu kontinyu (analog) yang secara fisik filter Hilbert tidak dapat direalisasikan dan untuk filter Hilbert waktu diskrit. Urutan keluaran $v(i)$ dari filter Hilbert waktu diskrit dengan memberikan urutan masukan $u(i)$ yang didefinisikan pasangan THD (Transformasi Hilbert Diskrit) yang dinotasikan sebagai berikut [21] :

$$u(i) \overset{IHD}{\leftrightarrow} v(i) \quad (2.29)$$

Dimana,

$u(i)$ = Urutan masukan Filter Hilbert Waktu Diskrit

$v(i)$ = Urutan keluaran hasil Transformasi Hilbert Diskrit

Respon impuls dari filter Hilbert diberikan dengan inverse Discrete Fourier Transform dari $H(k)$ yang dituliskan secara matematis sebagai berikut [21] :

$$h(i) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} H(k) e^{jw}$$

$$h(i) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} -j \operatorname{sgn} \left(\frac{N}{2} - k \right) \operatorname{sgn}(k) e^{jw} \quad (2.30)$$

$$h(i) = \frac{2}{N} \sum_{k=1}^{\frac{N}{2}} \sin(w)$$

Dimana $w = 2\pi ik/N$, dari persamaan diatas dapat disederhanakan menjadi bentuk seperti berikut [21] :

$$h(i) = \frac{1}{N} \frac{\sin^2 \left(\frac{w}{2} \right) \cot \left(\frac{w}{N} \right)}{\left(\frac{w}{2} \right) \left(\frac{w}{N} \right)} \quad (2.31)$$

Dimana,

N = Panjang filter Hilbert

Respon impuls dari FHD, dimana N adalah genap yang diberikan dengan sampel fungsi cotangen dengan setiap detik sampel ditolak dengan istilah $\sin^2(\pi i/2)$. Contoh dari fungsi transfer untuk FHD, dimana N = 24 sebagaimana pada gambar 2.12. Konvolusi ke teorema multiplikasi digunakan dengan menghasilkan Transformasi Hilbert Diskrit dalam bentuk konvolusi dari urutan masukan u(i) dengan respon impuls h(i), yaitu [21]:

$$v(i) = u(i) \quad h(i) = u(i) \quad \frac{1}{N} \sin^2 \left(\frac{\pi i}{2} \right) \cot \left(\frac{\pi i}{N} \right) \quad (2.32)$$

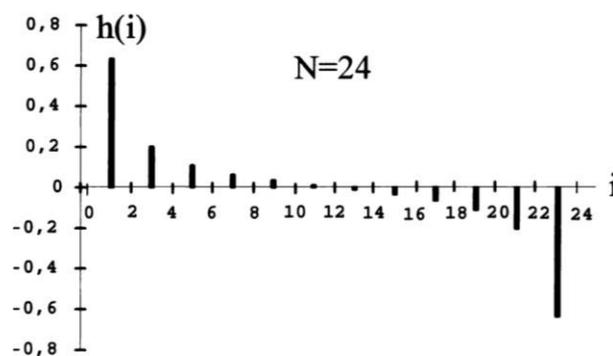
Dimana,

$u(i)$ = Sinyal

$h(i)$ = Respon impuls

Dimana tanda merupakan tanda dari sirkular konvolusi yang dituliskan secara matematis sebagai berikut [21] :

$$v(i) = \sum_{m=0}^{N-1} h(i - m)u(m) \quad (2.33)$$



Gambar 2.12 Respon impuls FHD
[21]

Transformasi Hilbert Diskrit selain dihitung dengan menggunakan konvolusi sirkular atau dengan menggunakan TFD (Transformasi Fourier Diskrit) menggunakan algoritma, yaitu [21] :

$$u(i) \xrightarrow{TFD} U(k) \Rightarrow V(k) = -j \operatorname{sgn} \left(\frac{N}{2} - k \right) \operatorname{sgn}(k) U(k) \xrightarrow{TFD^{-1}} v(i) \quad (2.34)$$

Sehingga, urutan v(i) yang diberikan dengan invers Transformasi Fourier Diskrit dari bentuk (N adalah genap) secara matematis dapat dituliskan sebagai berikut [21] :

$$v(i) = \sum_{k=0}^{N-1} \operatorname{sgn}\left(\frac{N}{2} - k\right) \operatorname{sgn}(k) [U_{Re}(k)\sin(w) + U_{Im}(k)\cos(w)] \quad (2.35)$$

Dimana,

$$w = \frac{2\pi k}{N} = \text{Omega}$$

$$U_{Re}(k) = \sum_{i=0}^{N-1} u(i)\cos(w) = \text{Komponen real yang didefinisikan dengan cosinus Transformasi Fourier Diskrit}$$

$$U_{Im}(k) = \sum_{i=0}^{N-1} u(i)\sin(w) = \text{Komponen imajiner yang didefinisikan dengan sinus Transformasi Fourier Diskrit}$$

$$U_{Im}(k) = \sum_{i=0}^{N-1} u(i)\sin(w) = \text{Komponen imajiner yang didefinisikan dengan sinus Transformasi Fourier Diskrit}$$

Kedua algoritma tersebut memberi secara keluaran urutan $v(i)$ yang sama. Penurunan rumus di atas diterapkan untuk N adalah bernilai genap. Jika N bernilai ganjil, maka fungsi transfer dari Filter Hilbert mempunyai bentuk persamaan sebagai berikut [21] :

$$H(k) = \begin{cases} -j & \text{untuk } k = 1, 2, \dots, \frac{N-1}{2} \\ 0 & \text{untuk } k = 0 \\ j & \text{untuk } k = \frac{N+1}{2}, \dots, N-1 \end{cases} \quad (2.36)$$

Respon impuls dari Filter Hilbert dengan N adalah ganjil dapat dituliskan secara matematis sebagai berikut [21] :

$$h(i) = \frac{2}{N} \sum_{k=1}^{(N-1)/2} \sin\left(\frac{2\pi ik}{N}\right), i = 0, 1, 2, \dots, N-1 \quad (2.37)$$